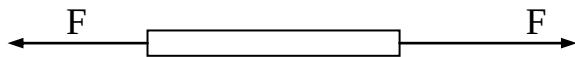


МАШИНСКО ИНЖЕНЕРСТВО

I. РАБОТНИ И ДОЗВОЛЕНИ НАПРЕГНУВАЊА И СТЕПЕН НА СИГУРНОСТ

I. Видови напрегнувања и нивно пресметување

1. Затегнување (екстензија)

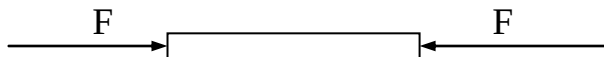


$$\sigma_z = \frac{F}{A}, \text{ каде: } \sigma_z = \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \text{ - напрегнување на затегнување}$$

F [N] – сила која дејствува на дадена површина од напречниот пресек

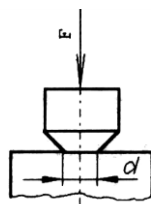
A [mm²] – површина на пресекот на која дејствува силата F

2. Притисок (компресија)



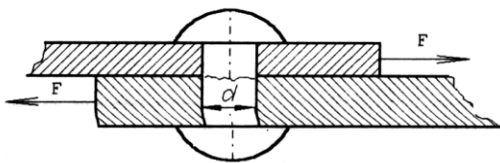
$$\sigma_c = \frac{F}{A}, \text{ каде: } \sigma_c [\text{N/mm}^2] \text{ - напрегнување на притисок}$$

3. Површински притисок



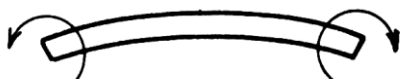
$$p = \frac{F}{A}, \text{ каде: } p [\text{N/mm}^2] \text{ - напрегнување од површински притисок}$$

4. Смолкнување (секција)



$$\tau_s = \frac{F}{A}, \text{ каде: } \tau_s [\text{N/mm}^2] - \text{напрегнување на смолкнување}$$

5. Свиткување (флексија)



$$\sigma_s = \frac{M}{W}, \text{ каде: } \sigma_s [\text{N/mm}^2] - \text{напрегнување од свиткување во}$$

најоптоварената зона,

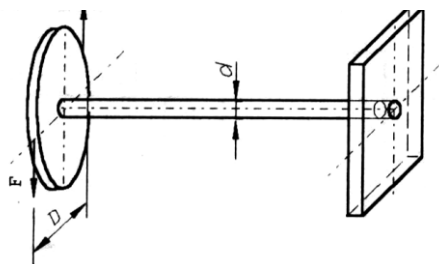
$M [\text{N}\cdot\text{mm}]$ – момент на свиткување во дадениот пресек,

$W [\text{mm}^3]$ – отпорен момент на пресекот.

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6} - \text{за праволиниски пресек, каде: } b - \text{ширина, } h - \text{висина}$$

$$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32} - \text{за кружен пресек, каде: } d - \text{пречник (дијаметар)}$$

6. Усукување (торзија)



$$\tau_u = \frac{T}{W_0}, \quad \text{каде:} \quad \tau_u \text{ [N/mm}^2\text{]} - \text{напрегнување на усукување во}$$

најоптоварената зона,

$T \text{ [Nmm]}$ – момент на усукување во пресекот,

$W_0 \text{ [mm}^3\text{]}$ – поларен момент на пресекот.

$$W_0 = \frac{\pi \cdot d^3}{16} - \text{за кружен пресек, каде: } d - \text{пречник на кружниот пресек}$$

7. Сложено напрегнување

(се јавуваат нормални и тангенцијални напони)

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + (\alpha\tau)^2}, \quad \text{каде:} \quad \sigma_i \text{ [N/mm}^2\text{]} - \text{сложено напрегнување}$$

$\sigma \text{ [N/mm}^2\text{]}$ – нормално напрегнување

$\tau \text{ [N/mm}^2\text{]}$ – тангенцијално напрегнување

$$\alpha = \frac{\sigma_d}{\tau_d} - \text{коэффициент на поправка}$$

$\sigma_d \text{ [N/mm}^2\text{]}$ – дозволено нормално напрегнување

$\tau_d \text{ [N/mm}^2\text{]}$ – дозволено тангенцијално напрегнување

II. Степен на сигурност и дозволени напрегнувања

1. Степен на сигурност

$$v = \frac{\sigma_k}{\sigma}, \quad \text{каде:} \quad \sigma_k - \text{критичен напон}$$

σ - номинален (работен) напон

ν - степен на сигурност во однос на критичниот напон

$$\nu_{\sigma} = \frac{\sigma_k}{\sigma}, \text{ каде: } \sigma_k - \text{критичен нормален напон}$$

σ - номинален нормален напон

ν_{σ} - степен на сигурност во однос на нормалното напрегнување

$$\nu_{\tau} = \frac{\tau_k}{\tau}, \text{ каде: } \tau_k - \text{критичен тангенцијален напон}$$

τ - номинален тангенцијален напон

ν_{τ} - степен на сигурност во однос на тангенцијалното напрегнување

2. Дозволено напрегнување

$$\sigma_d = \frac{\sigma_k}{\nu}, \text{ каде: } \sigma_k [\text{N/mm}^2] - \text{критичен напон}$$

ν - степен на сигурност

$\sigma_d [\text{N/mm}^2]$ – дозволено напрегнување

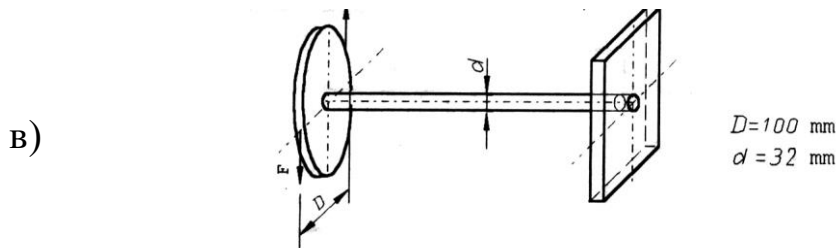
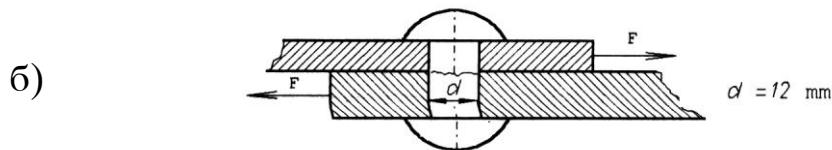
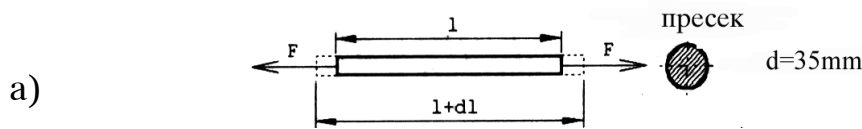
Дозволените напрегнувања се наведуваат за три основни случаи на оптоварување:

I случај – статичко оптоварување

II случај – еднонасочно променливо оптоварување

III случај – наизменично променливо оптоварување

1.) За елементите прикажани на сликата треба да се определи видот на работното напрегнување и да се пресмета неговата вредност, ако вредноста на силата изнесува $F=5 \cdot 10^3 \text{ N}$.



Решение:

а) Елементот е оптоварен со надворешна сила на затегнување (екстензија), и во неговиот напречен пресек се јавува напрегнување на затегнување чија вредност изнесува:

$$\sigma_z = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^3}{\pi \cdot 35^2} = 5,2 \text{ N/mm}^2$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

б) Елементот е оптоварен со надворешна сила на смолкнување (секција) од која во неговиот внатрешен пресек се јавува напрегнување на смолкнување чија вредност изнесува:

$$\tau_s = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^3}{\pi \cdot 12^2} \approx 44,2 \text{ N/mm}^2$$

в) Елементот е оптоварен со надворешен спрег од сили од кој во пресекот на вклетувањето се јавува напрегнување на усукување (торзија) чија вредност е:

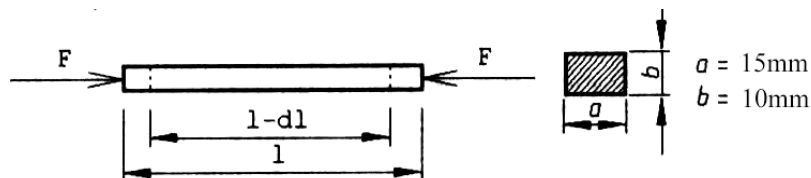
$$\tau_u = \frac{T}{W_o}, \quad \text{каде: } T = F \cdot D = 5 \cdot 10^3 \cdot 100 = 5 \cdot 10^5 \text{ N}\cdot\text{mm}, \text{ а вредноста на}$$

поларниот отпорен момент на пресекот е:

$$W_o = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 32^3}{16} = 6,43 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\tau_u = \frac{T}{W_o} = \frac{5 \cdot 10^5}{6,43 \cdot 10^3} = 77,76 \text{ N/mm}^2$$

2) За елементот прикажан на сликата да се определи видот на работното напрегнување и да се пресмета неговата вредност, ако вредноста на силата изнесува $F = 10 \cdot 10^3 \text{ N}$.



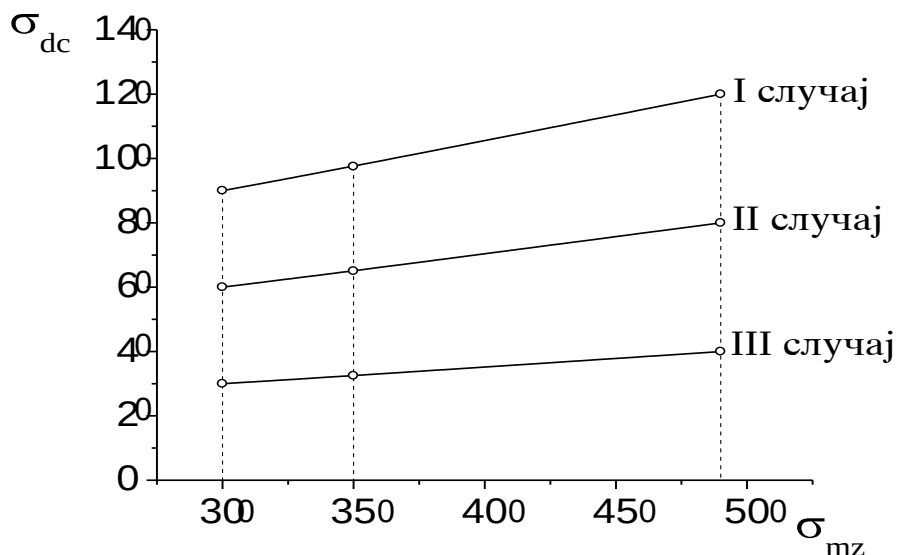
Ако елементот е изработен од топен челик со јачина на кинење $\sigma_{mz} = 350 \text{ N/mm}^2$, да се дефинира вредноста на дозволеното напрегнување, да се направи споредба со работното напрегнување и да се пресмета вредноста на степенот на сигурноста за сите три случаи на оптоварување.

Решение:

Елементот е оптоварен со надворешна сила на притисок од која во неговиот напречен пресек се јавува напрегнување на притисок чија вредност изнесува:

$$\sigma_c = \frac{F}{A} = \frac{F}{a \cdot b} = \frac{10 \cdot 10^3}{15 \cdot 10} = 67 \text{ N/mm}^2$$

Табеларната вредност за дозволени напрегнувања од притисок за топен челик со јачина на кинење $\sigma_{mz} = 350 \text{ N/mm}^2$ изнесува:



а) за I случај (статичко оптоварување)

$\sigma_{dc} = 97,5 \text{ N/mm}^2$, а степенот на сигурност изнесува:

$$v_c = \frac{\sigma_{dc}}{\sigma_c} = \frac{97,5}{67} \approx 1,46 > 1 - \text{задоволува}$$

б) за II случај (еднонасочно променливо оптоварување)

$\sigma_{dc} = 65 \text{ N/mm}^2$, а степенот на сигурност изнесува:

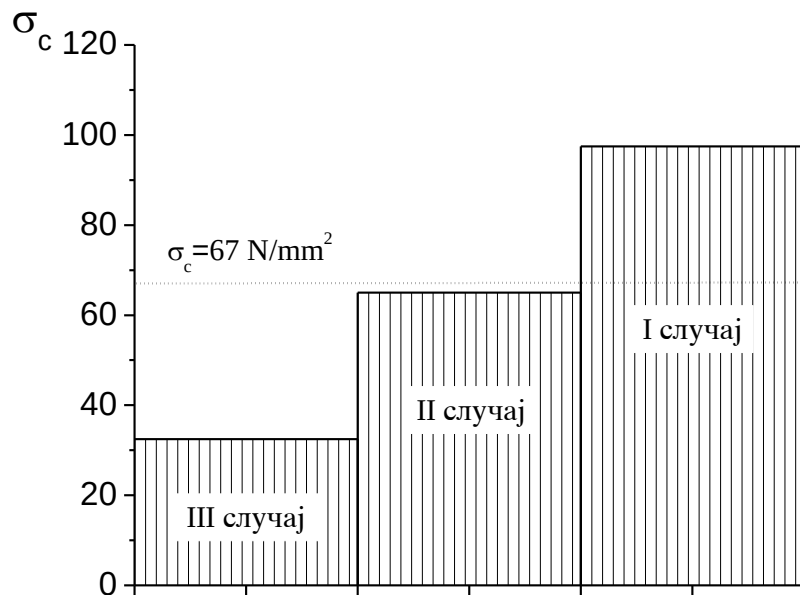
$$v_c = \frac{\sigma_{dc}}{\sigma_c} = \frac{65}{67} = 0,97 < 1 - \text{не задоволува}$$

в) за III случај (наизменично променливо оптоварување)

$$\sigma_{dc}=32,5 \text{ N/mm}^2, \text{ и}$$

$$\nu_c = \frac{\sigma_{dc}}{\sigma_c} = \frac{32,5}{67} = 0,49 < 1 - \text{не задоволува}$$

Зона на дозволени напрегања на притисок за топен челик со $\sigma_{mz}=350$ [N/mm²]



Бидејќи вредноста на работното напрегнување изнесува $\sigma_c=67 \text{ N/mm}^2$ и е поголема од дозволените вредности за III и II случај на оптоварување, елементот може да биде оптоварен само во I случај на оптоварување.

Дозволени напрегнувања за конструктивните материјали во N/mm^2

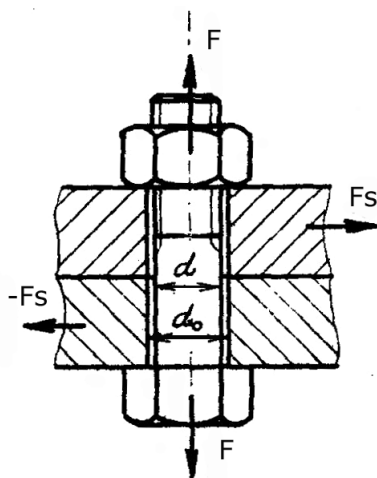
материјал	σ_{mz}	случај на оптова- рување	σ_{dz}	σ_{dc}	P_d	σ_{ds}	τ_{ds}	τ_{du}
топен челик	300-490	I II III	90-120 60-80 30-40	90-120 60-80 30-40	80-100 53-70 27-35	90-120 50-80 30-40	72-96 48-64 24-32	60-90 40-60 20-30
топен челик	500-700	I II III	120-180 80-120 40-60	120-180 80-120 40-60	100-150 70-100 35-50	120-180 80-120 40-60	96-144 64-96 32-48	90-140 60-96 30-48
челична одливка	360-600	I II III	30-35 20-23 10-1.2	90-150 60-100 20-40	80-100 53-67 27-33	75-120 50-80 25-40	48-96 32-64 16-32	48-96 32-64 16-32
лиено железо	135-260	I II III	40-50 27-33 13-17	90-100 60-66	70-80 47-53 23-27	46-60 31-40 15-20	30-35 20-23 10-12	27-35 18-23 9-12
калајна бронза	200-250	I II III	60-90 40-60 20-30	10-50 27-33	30-40 20-2.7 10-13	40-50 27-33 13-17		30-40 20-27 10-13
фосфорна бронза	200-250	I II III	30-40 20-27 10-13	60-90 40-60 20-30	50-75 33-50 17-25	60-90 40-60 20-30	45-70 30-47 15-23	45-70 30-47 15-23
машинска бронза		I II III		30-40 20-27 10-13	25-35 17-23 8-12	30-40 20-70 10-13		

НАВОЈНИ ВРСКИ

Навојна врска се остварува со помош на навоен пар најчесто составен од завртка и навртка. Квалитетот на материјалот за завртки се означува со две бројки. Првата бројка помножена со 100 ја дава минималната јачина на кинење σ_{mz} [N/mm²]. Навојните преносници служат за претворање на вртливото движење во транслаторно или за трансформација на вртежниот момент во аксијална сила.

I. Пресметка на завртки изложени на попречни сили

A. Неподесени (ненагодени) завртки



- Отворот е поголем од пречникот на завртката, таа е поставена со зјај. Попречната сила не ја изложува завртката на напрегнување од смолкнување.
- За пренесување на попречната сила потребно е претходно притегнување на завртката. Попречната сила се пренесува преку триење на лимовите, и не ја оптоварува завртката.

1. Потребна сила на претходното притегнување

$$F_1 = \frac{F_{s1}}{\mu} \text{ [N]}, \quad \text{каде:} \quad \mu = 0,1 \div 0,2 \text{ (коефициент на триење)}$$

$$F_{s1} = \frac{F_s}{z} \text{ [N]}, \quad \text{каде:}$$

F_{s1} - попречна сила што оптоварува една завртка
(тангенцијална или периферна сила)

z - број на завртки

2. Пресекот на јадрото на завртката се пресметува по формулата:

$$A_1 \geq \frac{F}{\sigma_{dz}} [\text{mm}^2], \quad \text{каде: } \sigma_{dz} = \xi_1 \sigma_{dz0} [\text{N/mm}^2]$$

σ_{dz} – дозволено напрегнување од затегнување, каде:

σ_{dz0} – основна (табеларна) вредност на дозволеното напрегнување

ξ_1 – фактор на квалитет на изработка, каде:

$\xi_1 = 0,9$ – за прецизна изработка,

$\xi_1 = 0,8$ – за просечно добра изработка,

$\xi_1 = 0,7$ – за рачна или површна изработка.

-Проверка на површинскиот притисок на навојницата е по равенката:

$$p = \frac{F}{z \cdot \pi \cdot H_1 \cdot d_2} \leq p_d, \quad \text{каде: } p_d = \xi_1 p_{d0} - \text{дозволен површински притисок}$$

$p_{d0} [\text{N/mm}^2]$ – табеларна вредност на дозволениот површински притисок

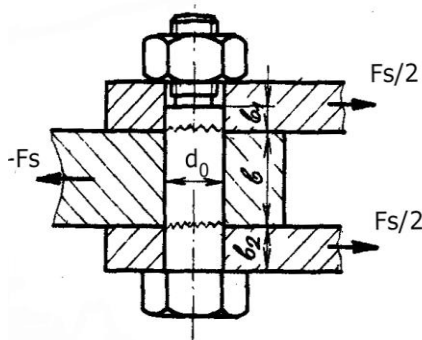
z – број на активни навојки

$d_2 [\text{mm}]$ – среден пречник на навојницата

$H_1 [\text{mm}]$ - активна ширина на навојницата

$$z = \frac{\ln}{p} = \frac{\xi_1 d_n}{p}$$

В. Подесени (нагодени) завртки



- Завртката е подесена со отворот.
 - Попречната сила се пренесува преку завртката изложувајќи ја на напрегнување од смолкнување и површински притисок.
- Претходното напрегнување на завртката е незначително.

1. Пресекот на стеблото на завртката се пресметува по равенката:

$$A_{s1} = \frac{F_{s1}}{x \cdot \tau_{ds}} \text{ [mm}^2\text{]}, \text{ каде:}$$

F_{s1} [N] – сила на смолкнување на една завртка,

x – број на пресеците изложени на смолкнување на една завртка,

τ_{ds} [N/mm²] – дозволено напрегнување на смолкнување.

2. Проверката на површинскиот притисок е според равенката:

$$p = \frac{F_{s1}}{d_s \cdot b} \leq p_d, \text{ каде:}$$

b [mm] – најмала вкупна активна ширина оптоварена со сила F_s во една насока ($b=b_1+b_2$),

p_d [N/mm²] – дозволено напрегнување на површински притисок.

$d_s = d + (1 \text{ до } 2) \text{ mm}$

d_s [mm] - пречник на стеблото од завртката,

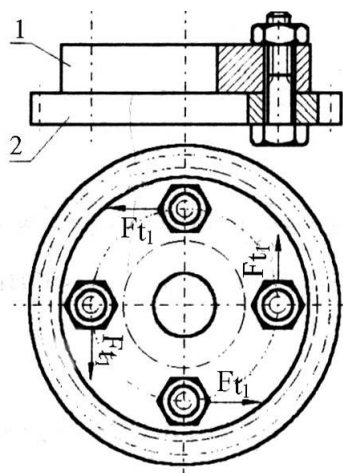
d [mm] - номинален пречник на навојот.

1.) На сликата, прикажаната главнина 1 со $z=4$ неподесени метрички завртки со материјал 4.8 и просечно добра изработка, со пречник D_0 е поврзана со назабениот венец 2. На пречникот каде што се распоредени завртките на врска делува периферна сила $F_t = 4 \cdot 10^3 \text{ N}$.

Материјалот на главнината 1 и назабениот венец 2 е топен челик.

Потребно е да се изврши:

- а) димензионирање за II случај на оптоварување и проверка на напрегнувањата во навојната врска.



- б) Пресметка на максималната вредност на попречната (тангенцијална) сила што може да ја оптовари навојната врска во случај на подесени метрички завртки M4.

Решение:

а) 1. Вкупната вредност на периферната сила ја примаат сите $z=4$ завртки, така што вредноста на попречната сила што отпаѓа на една неподесена завртка е:

$$F_{s1} = \frac{F_t}{z} = \frac{4 \cdot 10^3}{4} = 1 \cdot 10^3 \text{ [N]}, \text{ а вредноста на потребната сила на претходно}$$

притегнување во една завртка ќе биде:

$$F_1 = \frac{F_{s1}}{\mu} = \frac{1 \cdot 10^3}{0,15} \approx 6,67 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Потребната површина на пресекот на јадрото на една завртка е:

$$A_1 \geq \frac{F_1}{\sigma_{dz}}, \quad \sigma_{dz} = \xi_1 \sigma_{dzo}$$

σ_{dzo} го одредуваме преку $\sigma_{mz} = 4 \cdot 100 = 400 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ за топен челик за II случај на оптоварување $\sigma_{dzo} = 70 \text{ N/mm}^2$

$$\sigma_{dz} = 0,8 \cdot 70 = 56 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$A_1 \geq \frac{F_1}{\sigma_{dz}} = \frac{6,67 \cdot 10^3}{56} \approx 119 \text{ mm}^2$$

Од табелата за метричка навојница се избираат 4 завртки со метрички навој M16 со:

$$A_1 = 144 \text{ mm}^2 > 119 \text{ mm}^2$$

$$d_n = 16 \text{ mm} = d$$

$$d_2 = 14,701 \text{ mm}$$

$$p = 2 \text{ mm, и } H_1 = 1,083 \text{ mm}$$

2. Проверка на напрегнувањата во навојната врска

-вредноста на напрегнувањето на затегнување во јадрото на завртката

$$\text{изнесува: } \sigma_z = \frac{F_1}{A_1} = \frac{6,67 \cdot 10^3}{144} = 46,32 \text{ [N/mm}^2\text{]} < 56 \text{ [N/mm}^2\text{]} = \sigma_{dz} \text{ што значи}$$

дека завртките се добро димензионирани;

Вредноста на површинскиот притисок на навоите од навртката е:

$$p = \frac{F_1}{z \pi H_1 d_2} \text{ и } z = \frac{\ln}{p} = \frac{\xi_1 d_n}{p} = \frac{0,8 \cdot 16}{2} = 6,4 \text{ активни навојки}$$

$$p = \frac{6,67}{6,4 \cdot 3,14 \cdot 1,083 \cdot 14,701} \approx 20,84 [N/mm^2]$$

$$p_d = \xi_1 p_{d0} = 0,8 \cdot 61,5 = 49,2 \text{ N/mm}^2$$

$$p = 20,84 < p_d = 49,2 \text{ N/mm}^2$$

Навојната врска е добро димензионирана бидејќи и двете контроли на напрегнувањата задоволуваат.

b) Бидејќи се работи за подесени завртки, пречникот на стеблото од завртката треба да биде поголем од номиналниот пречник на навојот.

$$d_s = d + (1 \text{ до } 2) \text{ mm}$$

$$d_s = 4 + 1,5 = 5,5 \text{ mm}$$

Површината на попречниот пресек на стеблото на завртката е:

$$A_s = \frac{\pi d_s^2}{4} = \frac{\pi \cdot 5,5^2}{4} = 23,7 \text{ mm}^2$$

Потребната вредност на попречната сила што ја прима една завртка е: $F_{s1} = A_s \cdot x \cdot \tau_{ds} = 23,7 \cdot 1 \cdot 56 = 1327 \text{ N}$, при што:

$x = 1$ – број на пресеци изложени на смолкнување (две плочи),

$\tau_{ds} = 48 \text{ до } 64 \text{ N/mm}^2$ – дозволено напрегнување на смолкнување за материјалот на завртките 4.8 со $\sigma_{mz} = 4 \cdot 100 = 400 \text{ N/mm}^2$

Вредноста на вкупната попречна (тангенцијална) сила што може да ја прими навојната врска изнесува: $F_s = F_t = z \cdot F_{s1} = 4 \cdot 1327 = 5308,8 \text{ N}$

Метричка навојница за $d=1-64 \text{ mm}$

dn=d	d₁	A₁	d₂	p	H₁
1	0,693	0,378	0,838	0,25	0,135
1,2	0,893	0,628	1,038	0,25	0,135
1,6	1,171	1,08	1,373	0,35	0,189
2	1,509	1,79	1,740	0,40	0,217
2,5	1,948	2,98	2,208	0,45	0,244
3	2,387	4,47	2,675	0,5	0,271
4	3,141	7,75	3,545	0,7	0,379
5	4,019	12,7	4,480	0,8	0,433
6	4,773	17,9	5,350	1	0,541
8	6,466	32,8	7,188	1,25	0,677
10	8,160	52,3	9,026	1,5	0,812
12	9,853	76,2	10,863	1,75	0,947
16	13,546	144	14,701	2	1,083
20	16,933	225	18,376	2,5	1,353
24	20,320	324	22,051	3	1,353
30	25,709	519	27,727	3,5	1,894
36	31,093	759	33,402	4	2,165
42	36,479	1045	39,077	4,5	2,165
48	41,866	1375	44,732	5	2,706
56	49,253	1905	52,428	5,5	3,374
64	56,639	2519	60,103	6	3,237

РЕМЕНИ ПРЕНОСНИЦИ

Ремените преносници ја пренесуваат силината од погонската на приемната машина, со помош на ремен поставен околу два ременика со различни пречници.

Ременот треба да биде доволно притегнат за да се создаде потребниот отпор против лизгање на ременот по ременикот. Силата која овозможува пренос од едниот на другиот ременик се јавува како резултат на триењето помеѓу допирните површини на ременот и ремениците.

$$i = \frac{D_2}{D_1} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \text{каде: } i - \text{преносен однос}$$

D_1 [mm] – пречник на погонскиот ременик

D_2 [mm] – пречник на приемниот ременик

n_1 [врт/min] – број на вртежи на погонскиот ременик

n_2 [врт/min] – број на вртежи на приемниот ременик

ζ_1 – коефициент на лизгање (најчесто е во граници од 0,97 до 0,99 во зависност од тоа како е затегнат ременот, и од работните услови на преносникот).

$$\Psi = \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha} + 1}; \quad \text{каде:}$$

Ψ - фактор на влечна способност на ременот ($\Psi=0,3 \div 0,8$)

$e = 2,72$

$\mu=0,22 + 0,012v$ - коефициент на триење,

v [m/s] = $\frac{\pi D_1 n_1}{60}$ - периферна брзина, каде:

D_1 [m] – пречник на погонскиот ременик,

α [rad] – обвивен агол кој се пресметува по равенката:

$$\alpha [^\circ] = 180^\circ - 2\beta, \text{ каде } \beta = \arcsin \frac{R_2 - R_1}{A} \text{ и:}$$

R_1 [mm] – полупречник (радиус) на погонскиот ременик,

R_2 [mm] – полупречник (радиус) на приемниот ременик,

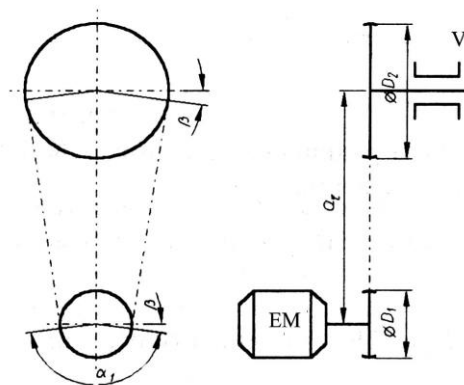
A [mm] – меѓуоскино растојание.

$$\alpha [\text{rad}] = \alpha [^\circ] \cdot \frac{3,14}{180}$$

$$L = (R_1 + R_2)\pi + 2A \cos \beta + \frac{\beta \pi (R_2 - R_1)}{90}$$

L [mm] – приближна должина на ременот

1). На сликата даден е шематски приказ на ремен преносник со трапезен ремен. Дијаметарот на погонскиот ременик е $D_1 = 50$ mm, и дијаметарот на приемниот ременик е $D_2 = 125$ mm. Зачестеноста на вртежите на електромоторот е $n_{em} = 420,15$ врт/min. Да се определи факторот на влечна способност на ременот и неговата приближна должина. Меѓуоскиното растојание треба да биде $A = 1,3(D_1 + D_2)$.



Решение:

$$\Psi = \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha} + 1} - \text{фактор на влечна способност на ременот}$$

$$\mu = 0,22 + 0,012v - \text{коэффициент на триење}$$

$$v = \frac{\pi D_1 n_{em}}{60} = \frac{3,14 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 420,15}{60} = 1,099 \text{ [m/s]} - \text{периферна брзина}$$

$$\mu = 0,22 + 0,012 \cdot 1,099 = 0,233$$

$$\alpha [^\circ] - \text{обвивен агол} = 180 - 2\beta$$

$$\beta = \arcsin \frac{R_2 - R_1}{A} = \arcsin \frac{60 - 25}{A}$$

$$A = 1,3(D_1 + D_2) = 1,3(50 + 125) = 227,5 \text{ mm}$$

$$\beta = \arcsin 0,165 = 9,48^\circ$$

$$\alpha = 180 - 2\beta = 180 - 2 \cdot 9,48 = 161^\circ$$

$$\alpha [\text{rad}] = \frac{3,14}{180} \cdot \alpha (^\circ) = \frac{3,14}{180} \cdot 161,78 = 2,8$$

$$\Psi = \frac{e^{0,233 \cdot 2,8} - 1}{e^{0,233 \cdot 2,8} + 1} = \frac{1,92 - 1}{1,92 + 1} = 0,315$$

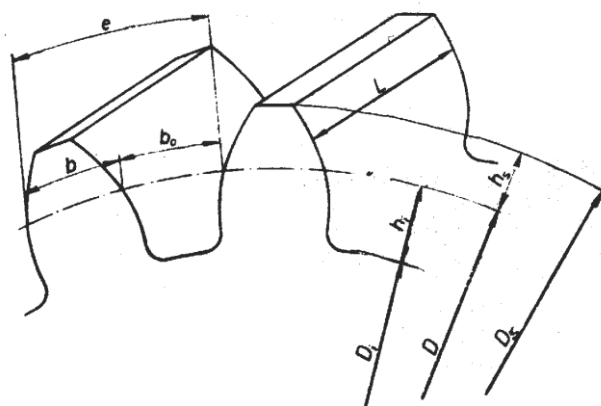
$$L = (R_1 + R_2)\pi + 2A \cos \beta + \frac{\beta \pi (R_2 - R_1)}{90} - \text{приближна должина на трапезен}$$

ремен

$$L = (25 + 62,5) \cdot 3,14 + 2 \cdot 227,5 \cos 9,48 + \frac{9,48 \cdot 3,14 (62,5 - 25)}{90} = 736 \text{ mm}$$

ЗАПЧЕСТИ ПРЕНОСНИЦИ

Запчестите преносници се механизми кои го пренесуваат движењето од едно на друго вратило со спрегнати запченици, односно ги пренесуваат вртежите од погонското на приемното вратило без лизгање.



D_s - пречник на темениот круг	$D_s = m(z+2)$
D - пречник на делителниот круг	$D = D_s - 2h_s$
D_i - пречник на подножниот круг	$D_i = m(z-2.4)$
h - висина на забот	$h = h_s + h_i$
h_s - темена висина	
h_i - подножна висина	
e - чекор на забецот	$e = D\pi/z = m\pi = b + b_0$
m - модул на запченикот	$m = D/z = e/\pi$
z - број на запци на запченикот	
b - дебелина на забот	
b_0 - широчина на меѓузабието	
L - должина на забецот	$L = \psi m$
ψ - фактор на должина на забецот	$\psi = 10 \text{ до } 15$

$i = \frac{n_1}{n_2}$, каде: i - преносен однос на парот спрегнати запченици,

n_1 [врт/min] – број на вртежи на погонското вратило,

n_2 [врт/min] – број на вртежи на приемното вратило.

$$A = \frac{(i+1)D_1}{2} = \frac{(i+1)D_2}{2i} = \frac{m(z_2 + z_1)}{2}, \quad \text{каде:}$$

A [mm] - оскино растојание помеѓу запчениците,

D_1 [mm] – дијаметар на погонскиот запченик,

D_2 [mm] – дијаметар на приемниот запченик,

z_1 – број на запци на погонскиот запченик,

z_2 – број на запци на приемниот запченик,

m [mm] – модул.

$$e = \frac{D_1 \pi}{z_1} = \frac{D_2 \pi}{z_2} = m \pi, \quad \text{каде: } e \text{ [mm] - чекор на забецот}$$

$$v_1 = v_2 = \frac{\pi D_1 n_1}{60} = \frac{\pi D_2 n_2}{60}, \quad \text{и:}$$

v_1 и v_2 [m/s] се обемни брзини на запчениците.

$d_a = D_s = m(z_1 + 2)$ – пречник на темениот круг на погонскиот запченик,

$d_a = D_s = m(z_2 + 2)$ – пречник на темениот круг на приемниот запченик,

$D_f = D_i = m(z_1 - 2,4)$ – пречник на подножниот круг на погонскиот запченик,

$D_f = D_i = m(z_2 - 2,4)$ – пречник на подножниот круг на приемниот запченик.

$$L = \Psi m, \quad \text{каде: } L \text{ [mm] – должина на запци}$$

Ψ - фактор на должина на забецот, и $\Psi = 10 \div 15$

1) Преносниот однос на цилиндричен запчест пар на паралелни вратила е $i=1,5$, а меѓуоскиното растојание е 90 mm. Бројот на запци на погонскиот запченик е $z_1=22$, а на приемниот $z_2=33$. Да се определат приближните вредности на модулот и дијаметрите на спрегнатите запченици и вредноста на пречниците на темените и подножните кругови на погонскиот и приемниот запченик.

Решение:

$$A = \frac{(i+1) \cdot D_1}{2} = \frac{(i+1) \cdot D_2}{2i} = \frac{m(z_2 + z_1)}{2}$$
$$90 = \frac{(1,5+1) \cdot D_1}{2} = \frac{(1,5+1) \cdot D_2}{2 \cdot 1,5} = \frac{m(33+22)}{2}$$

$D_1=72$ mm – дијаметар на погонски запченик

$D_2=108$ mm – дијаметар на приемен запченик

$m=3,3$ mm – модул

пречник на темени кругови:

$d_a=D_s=m(z_1+2)=3,3(22+2)=78,5$ mm – погонски запченик

$d_a=D_s=m(z_2+2)=3,3(33+2)=114,5$ mm – приемен запченик

пречници на подножни кругови:

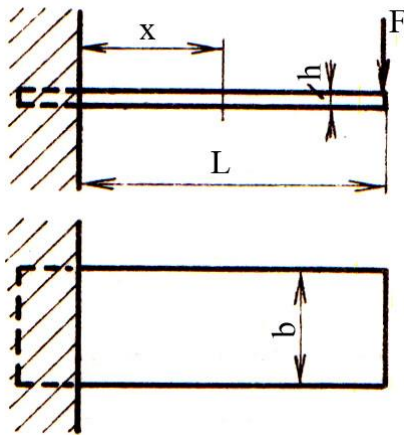
$D_f=D_i=m(z_1-2,4)=3,3(22-2,4)=64$ mm – погонски запченик

$D_f=D_i=m(z_2-2,4)=3,3(33-2,4)=100$ mm – приемен запченик

Ш П Р У Ж И Н И

1. Флексиони пружини

а) простиа пружина со правоаголен напречен пресек



$$\sigma_{sx} = \frac{Mx}{W} = \frac{6F(L-x)}{b \cdot h^2} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Mx [N·mm]-момент на свиткување во бараниот пресек

L [mm]- должина на пружината

x [mm]-растојание меѓу пресекот и вкештувањето

W [mm³]-отпорен момент на пресекот

$$\sigma_{s\max} = \frac{6FL}{b \cdot h^2} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$\sigma_{s\max}$ - најголемо напрегнување

$$f = \frac{4FL^3}{bh^3E} = \frac{2L^2\sigma_s}{3hE} \text{ [mm]}$$

f -најголем наклон

$$Q = \frac{F \cdot f}{2} = \frac{b \cdot h \cdot L \cdot \sigma_s^2}{18E} = \frac{V \cdot \sigma_s^2}{18E} \text{ [N·mm]}$$

Q - акумулирана работа

$$c = \frac{F}{f} = \frac{b \cdot h^3 \cdot E}{4L^3} \text{ [N/mm]}$$

c -крутост на пружината

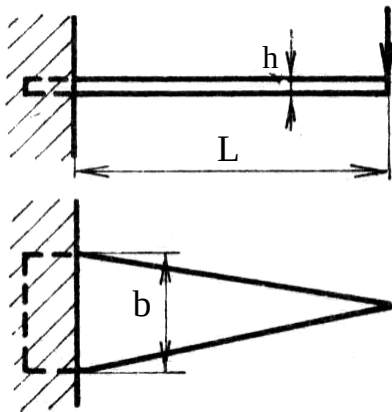
$$\eta = \frac{Q}{Q_m} = \frac{1}{9}$$

η -степен на искористување на материјалот

$$V = b \cdot h \cdot L \text{ [mm}^3\text{]}$$

V- зафатнина на пружината

a) простиа триаголна пружина



$$\sigma_{s \max} = \frac{6FL}{b \cdot h^2} = \text{const}$$

$\sigma_{s \max}$ - напрегање (еднакво по целата должина)

$$f_{\max} = \frac{6FL^3}{bh^3E} = \frac{L^2 \sigma_s}{h \cdot E} \text{ [mm]}$$

$f_{\max}$ -најголем наклон

$$Q = \frac{b \cdot h \cdot L \cdot \sigma_s^2}{12E} = \frac{V \cdot \sigma_s^2}{6E} \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

Q- акумулирана работа, каде: $V = \frac{bhL}{2}$

$$c = \frac{F_{\max}}{f_{\max}} = \frac{b \cdot h^3 \cdot E}{6L^3} \text{ [N/mm]}$$

c-крутост на пружината

$$\eta = \frac{Q}{Q_m} = \frac{1}{3}$$

η -степен на искористување на материјалот

За најчесто зададени големини:

$F_{\max}$ [N]-максимална сила

$f_{\max}$ [mm]-максимален наклон

L [mm]-должина на пружината

Од равенките за напрегањето и наклонот се добива:

$$b \cdot h^2 = \frac{F_{\max} \cdot 6L}{\sigma_{ds}}$$

$$b \cdot h^3 = \frac{6F_{\max} \cdot L^3}{f_{\max} \cdot E} \quad \text{од каде:} \quad h = \frac{\sigma_{ds} \cdot L^2}{f_{\max} \cdot E} \text{ [mm]}$$

$$b = \frac{F_{\max} \cdot 6L}{\sigma_{ds} \cdot h^2} \quad h\text{-висина на пружината [mm]}$$

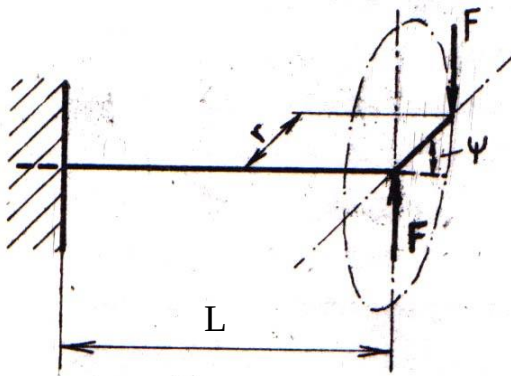
b - најголема ширина на пресекот на пружината, каде:

σ_{ds} [N/mm²]- дозволено напрегање на свиткување

$E=215000$ [N/mm²]-модул на еластичност на материјалот

1. Торзиони пружини

а) прости торзиона пружина



$$\tau_u = \frac{T}{W_0} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

τ_u -напрегање на усукување

$$T = F \cdot r \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

T -момент на усукување

W_0 [mm³]-поларен отпорен момент, каде:

$$W_o = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \quad [\text{mm}^3] \text{- за кружен пресек}$$

$$\Psi = \frac{TL}{I_o \cdot G} \quad [\text{rad}]$$

Ψ -агол на усукување (аголна деформацијаа)

L [mm]- должина на пружината

I_o [mm⁴]-поларен момент на инерција

$G=83000$ [N/mm²]- модул на лизгањето (за материјалот на пружината - слаб кален јагленов челик)

$\Psi=C \cdot T$ (за $L, I_o, G=\text{const}$) од каде:

$$C = \frac{\Psi}{T} \left[\frac{1}{\text{N} \cdot \text{mm}} \right] \text{ -единечен агол или еластичност при усукувањето}$$

За кружен напречен пресек на пружината:

$$I_o = \frac{\pi d^4}{32} \approx \frac{d^4}{10} \Rightarrow \Psi = \frac{L \cdot T}{I_o \cdot G} = \frac{L \cdot W_o \cdot \tau_u}{I_o \cdot G} = \frac{2L \cdot \tau_u}{d \cdot G}$$

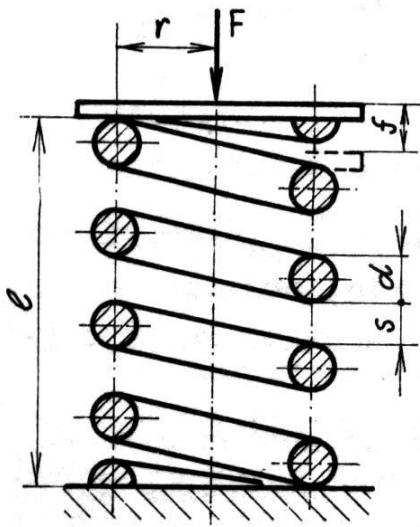
$$Q = \frac{T \cdot \Psi}{2} = \frac{d^3 \pi}{16} \cdot \frac{\tau_u}{2} \cdot \frac{2L \cdot \tau_u}{d \cdot G} = \frac{d^2 \pi}{16} \cdot \frac{L \cdot \tau_u^2}{G} = \frac{V \cdot \tau_u^2}{4G}, \text{ каде:}$$

$$V = \frac{d^2 \pi}{4} L \text{ - зафатнина на пружината}$$

$$\eta = \frac{Q}{Q_m} = \frac{V \cdot \tau_u^2}{4G} \cdot \frac{2G}{V \cdot \tau_u^2} = \frac{1}{2}$$

η -степен на искористување на материјалот

б) торзиона цилиндрична навојна пружина



$$\tau_u = \frac{T}{W_o} \quad [\text{N/mm}^2]$$

τ_u -напрегање на усукување

$$T = F \cdot r \quad [\text{N} \cdot \text{mm}]$$

T-момент на усукување

W_o [mm³]-поларен отпорен момент,

каде:

$$f = r \cdot \Psi = r \cdot \frac{LT}{IoG} = r \cdot \frac{2\pi \cdot z_a \cdot F \cdot r}{0,1 \cdot d^4 G} = \frac{20\pi \cdot z_a \cdot F \cdot r^3}{d^4 \cdot G} = \frac{4\pi \cdot z_a \cdot r^2 \cdot \tau_u}{d \cdot G}$$

f-наклон

$$z = z_a + 1,5$$

z-вкупен број навои

$$L' = 2\pi r z = 2\pi r (z_a + 1,5)$$

L'-вкупна должина на жицата од која е изработена пружината

$$l = (z_a + 1,5)d_s + z_a \cdot s$$

l-должина на пружината во неоптоварена состојба

$$s_1 = \frac{z \cdot s - f}{z} \geq s_{\min}$$

s₁-растојание помеѓу два соседни навои во оптоварена состојба

s-растојание помеѓу навои при максимално оптоварување

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot F \cdot r}{\pi \cdot \tau_{du}}} \approx \sqrt[3]{\frac{5 \cdot F \cdot r}{\tau_{du}}} \quad [\text{mm}]$$

d- пречник на жицата

F [N]- максимална сила

r [mm]- среден полупречник на пружината

τ_{du} [N/mm²]- дозволено напрегање на усукување

$$z_a = \frac{f \cdot d_s^4 \cdot G}{64 \cdot r^3 \cdot F} = \frac{f \cdot d_s \cdot G}{4r^2 \pi \cdot \tau_{du}}$$

z_a - број на активни навои

$G=83000 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ -модул на лизгање

$e=s+d_s$

$e \text{ [mm]}$ - чекор на навојницата (пружината)

$s \text{ [mm]}$ - минимално растојание меѓу навоите во неоптоварена состојба

$s=f_1+s_{\min}$

$$f_1 = \frac{f}{z_a} = \frac{64 \cdot r^3 \cdot F}{d^4 \cdot G} [\text{mm}]$$

$f_1 \text{ [mm]}$ - наклон на еден навој при максимално оптоварување

$s_{\min}=0,1d_s > 0,05 \text{ [mm]}$

$s_{\min}$ - минимално растојание меѓу навоите во оптоварена состојба

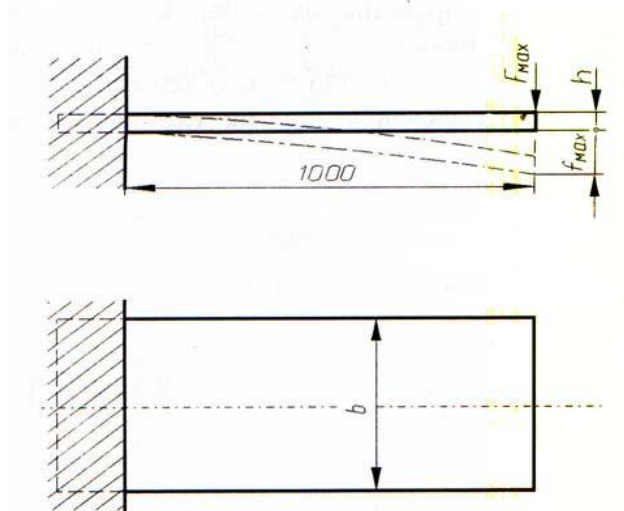
Табела 1: Дозволените напрегања на свиткување $\sigma_{ds} \text{ [N/mm}^2\text{]}$ и усукување $\tau_{du} \text{ [N/mm}^2\text{]}$ за пружини

материјал	σ_{ds}	τ_{du}
слаб кален јагленов челик (мирно оптоварување)	300	240
слаб кален јагленов челик (променливо оптоварување)	200	160
добар кален јагленов челик (мирно оптоварување)	750	600
добар кален јагленов челик (променливо оптоварување)	500	400
одличен легиран челик	1000-1450	800-1160

Табела 2: Стандардни и конструктивни мерки во **mm** :

1	2,2	5,5	13	21	34	52	85	130	210	330	530	850	1320
1,1	2,5	6	14	22	36	56	90	140	220	355	560	900	1400
1,2	2,8	7	15	24	38	60	95	150	240	380	600	950	1500
1,4	3	8	16	25	40	63	100	160	250	400	630	1000	1600
1,5	3,5	9	17	26	42	68	105	170	260	420	670	1060	1700
1,6	4	10	18	28	45	70	110	180	280	450	710	1120	1800
1,8	4,5	11	19	30	48	75	120	190	300	480	750	1180	1900
2	5	12	20	32	50	80	125	200	315	500	800	1250	2000

1) За проста правоаголна пружина од добар кален јагленов челик што работи при мирно оптоварување со должина $L=1200\text{ mm}$, широчина $b=130\text{ mm}$, височина на пресекот $h=45\text{ mm}$ и сила на слободниот крај $F_{\max}=3500\text{ N}$, да се пресмета вредноста на наклонот $f_{\max}$ на слободниот крај, крутоста и еластичноста на пружината.



Решение:

Максималната вредност на наклонот изнесува:

$$f_{\max} = \frac{4F_{\max}L^3}{b \cdot h^3 E} = \frac{4 \cdot 3500 \cdot 1200^3}{130 \cdot 45^3 \cdot 215000} \approx 9,49\text{ mm}$$

крутоста на пружината е:

$$c = \frac{F}{f} = \frac{F_{\max}}{f_{\max}} = \frac{3500}{9,49} = 368\text{ [N/mm]} \text{ или:}$$

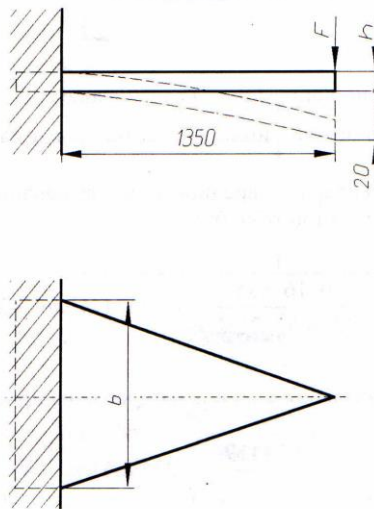
$$c = \frac{bh^3 E}{4L^3} = \frac{130 \cdot 4,5^3 \cdot 215000}{4 \cdot 1200^3} = 368\text{ [N/mm]}$$

реципрочната вредност на крутоста претставува еластичност на пружината,

и таа изнесува:

$$C = \frac{1}{c} = \frac{1}{368} = 0,0027\text{ [mm/N]}$$

2) На сликата е прикажана проста триаголна пружина со должина $L=1350 \text{ mm}$, оптоварена со сила $F_{\max}=1600 \text{ N}$. Максимално дозволената вредност на наклонот е $f_{\max}=40 \text{ mm}$. Материјалот на пружината е слаб кален јагленов челик, а оптоварувањето е променливо.



Потребно е да се пресметаат другите две димензии на пружината, и вредноста на нејзината еластичност и крутост.

Решение:

Висината на пресекот на пружината изнесува:

$$h = \frac{\sigma_{ds} \cdot L^2}{f_{\max} \cdot E} = \frac{200 \cdot 1350^2}{40 \cdot 215000} = 42,4 \text{ mm}$$

од табела за стандардни и конструктивни мерки се усвојува: $h=45 \text{ mm}$

$\sigma_{ds}=200 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ -табеларна вредност за дозволено напрегање на свиткување за слаб кален јагленов челик (променливо оптоварување)

Најголемата широчина на пресекот (во потпората) е:

$$b = \frac{6LF_{\max}}{\sigma_{ds}h^2} = \frac{6 \cdot 1350 \cdot 16000}{200 \cdot 45^2} = 320 \text{ mm} = 320 \text{ mm}, \text{ се усвојува } b=330 \text{ mm}$$

Поради усвојување на стандардни вредности на димензиите, максималната вредност на наклонот ќе биде:

$$f_{\max} = \frac{6F_{\max}L^3}{bh^3E} = \frac{6 \cdot 16000 \cdot 1350^3}{330 \cdot 45^3 \cdot 215000} = 36,5 \text{ mm}$$

Вредноста на еластичноста или единичниот наклон на пружината е:

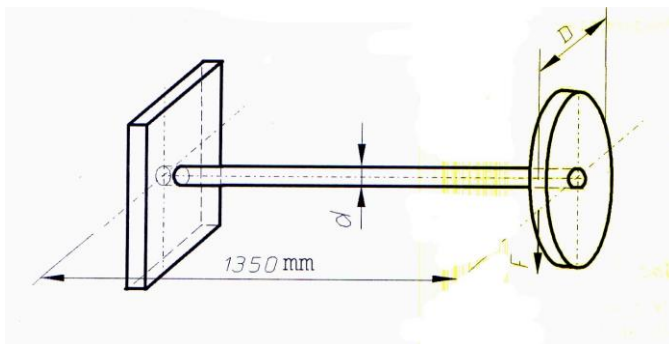
$$C = \frac{f_{\max}}{F_{\max}} = \frac{36,5}{16000} = 0,00228 \text{ mm / N}$$

Вредноста на крутоста на пружината е реципрочна на еластичноста:

$$c = \frac{F_{\max}}{f_{\max}} = \frac{16000}{36,5} = 437,9 \text{ N / mm}$$

(за да се добие наклон од 1 mm потребна е сила од 437,9 N).

3.) Проста торзиона пружина во облик на конзола со должина $L=1350 \text{ mm}$ и диск на слободниот крај чиј пречник е $D=100 \text{ mm}$, оптоварена е со момент на усукување од тангенцијална сила $F=48\,000 \text{ N}$ на периферијата на дискот. Материјалот на пружината е добар кален јагленов челик, а оптоварувањето е мирно. Потребно е да се пресмета пречникот на попречниот пресек на пружината d , како и вистинската аголна деформација.



Решение:

Пружината (конзолата) е оптоварена на усукување (торзија) од моментот на усукување:

$$T = F \cdot r = F \frac{D}{2} = 48000 \cdot \frac{100}{2} = 240 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

а напрегањето во пресекот на вкештувањето е:

$$\tau_u = \frac{T}{W_0} = \frac{T}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 240 \cdot 10^4}{3,14 \cdot d^3} \leq 600 \text{ N/mm}^2 = \tau_{du}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \cdot \tau_{du}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 240 \cdot 10^4}{\pi \cdot 60}} = 27,3 \text{ mm}$$

Од табелата за стандардни и конструктивни мери се усвојува $d=28$ mm

Вредноста на аголот на усукувањето е:

$$\Psi = \frac{TL}{I_o G} = \frac{TL}{\frac{\pi d^4}{32} G} = \frac{32TL}{\pi d^4 \cdot G} \text{ rad}$$

$$\Psi = \frac{32 \cdot 240 \cdot 10^4 \cdot 1350}{\pi \cdot 28^4 \cdot 83000} = 0.647 \text{ rad} = 37^\circ$$

4.) Цилиндрична торзиона пружина е изработена од добар кален јагленов челик. Оптоварувањето е променливо, а максималната вредност на силата во пружината е $F_{\max}=49000$ N, што одговара на максималната вредност на наклонот $f_{\max}=12$ mm. Средната вредност на пречникот на пружината е $D=50$ mm. Потребно е да се изврши пресметка на : пречникот на жицата d , бројот на активни навојки z_a , наклонот на една навојка f_1 , минималното растојание помеѓу навојките во оптоварена $s_{\min}$, и неоптоварена состојба s , чекорот на пружината e , и вкупната должина на пружината l и на жицата L .

Решение:

Потребната вредност на пречникот на жицата за пружината е:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16Fr}{\pi \cdot \tau_{du}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 49000 \cdot 25}{3,14 \cdot 400}} = 25 \text{ mm (стандардизирана вредност)}$$

$\tau_{du}=400$ [N/mm²]-табеларна вредност за добар кален јагленов челик при променливо оптоварување.

Бројот на активни навојки во пружината е:

$$z_a = \frac{f \cdot d_s^4 \cdot G}{64 \cdot r^3 \cdot F_{\max}} = \frac{12 \cdot 25^4 \cdot 83000}{64 \cdot 25^3 \cdot 49000} = 7,9 \approx 8 \text{ навојки, или:}$$

$$z_a = \frac{f \cdot d_s \cdot G}{4r^2 \pi \cdot \tau_{du}} = \frac{12 \cdot 25 \cdot 83000}{4 \cdot 25^2 \cdot 3,14 \cdot 400} = 7,9 \approx 8 \text{ навојки}$$

Вредноста на наклонот на една навојка при максимално оптоварување е:

$$f_1 = \frac{f}{z_a} = \frac{12}{7,9} = 1,5 \text{ mm} , \text{ или:}$$

$$f_1 = \frac{64 \cdot r^3 \cdot F}{d^4 \cdot G} = \frac{64 \cdot 25^3 \cdot 49000}{25^4 \cdot 83000} = 1,5 \text{ mm}$$

минималното растојание помеѓу навојките во оптоварена состојба изнесува:

$$s_{\min} = 0,1 \cdot d = 0,1 \cdot 25 = 2,5 \text{ mm}$$

па вредноста на минималното растојание помеѓу навојките во неоптоварена состојба ќе биде:

$$s = f_1 + s_{\min} = 1,5 + 2,5 = 4 \text{ mm}$$

чекорот на пружината е:

$$e = s + d = 4 + 25 = 29 \text{ mm}$$

Вкупната должина на пружината во неоптоварена состојба е:

$$l = (z_a + 1,5)d + z_a \cdot s = (7,9 + 1,5) \cdot 25 + 7,9 \cdot 0,4 = 318 \text{ mm}$$

Вкупната должина на жицата од која може да се изработи пружината:

$$L' = 2r\pi(z_a + 1,5) = 2 \cdot 25 \cdot 3,14(7,9 + 1,5) = 1475,8 \text{ mm}$$